

DESCRIERE SOLUȚII

PROBLEMA 1 MATEMATICA

Autor: prof. Alice Georgescu
Colegiul Național "Mihai Viteazul", Ploiești

Soluție 50 puncte

Citirea și prelucrarea numerelor se face pe cele mai mari tipuri de data întregi

Soluție1 100 puncte

Se lucrează efectuând operații pe numere mari.

Soluție2 100 puncte

Se ține cont de proprietățile operației % și se construiesc 2 vectori care conțin resturile împărțirii numerelor care se pot forma cu primele i cifre (notat sd), respectiv cu cifrele de la poziția i până la poziția n (notat ds)

Taierea este buna dacă la o poziție i dacă $sd(i)=ds(i+1)=0$.

Trebuie să se verifice și cazurile în care prima cifră a numărului care se formează în partea dreaptă este 0.

Complexitate $O(n)$

PROBLEMA 2 DISTRIBUTIE

Autor: prof. Alice Georgescu
Colegiul Național "Mihai Viteazul", Ploiești

Fie n numărul de probleme, k numărul de elevi și m numărul de probleme care pot fi luate.

De exemplu pornind cu $n=9$ și $k=4$, răspunsul se calculează după cum urmează:

- primul elev ar putea lua 1 problemă, rămân 8 probleme, 3 elevi și un minim $m=1$ de probleme, $sd\dots$

- primul elev ar putea lua 2 probleme, rămân 7 probleme, 3 elevi și un minim $m=2$ de probleme, $sd\dots$

- primul elev nu ar putea lua 3 probleme deoarece ar rămâne 6 probleme pentru 3 elevi și un minim $m=3$ de probleme

În general, prima persoană poate lua cel mult n / k probleme.

Atunci numărul de moduri în care problemele pot fi distribuite

$$\text{este } nr(n,k,1) = \begin{cases} 1 & \text{dacă } n = k \text{ sau } k = 1 \\ \sum nr(n-i, k-1, i) \text{ cu } i=m, n/k & \text{altfel} \end{cases}$$

Soluția 50 puncte

O soluție care implementează relația de recurență pe o matrice tridimensională ia maxim 50 de puncte.

Complexitate $O(n^3)$

Soluția 80 puncte

O soluție care implementează relația de recurență cu o funcție recursivă ia maxim 80 de puncte.

Ploiești, 27 martie 2021

Secțiunea 9-10 începători

Soluția 100 puncte

Soluția de 100 de puncte implementează relația de recurență pe o matrice bidimensională. Problema se reduce la calculul numărului de partiții neordonate de lungime k a numărului natural n .

Complexitate $O(n^2)$

PROBLEMA 3 Media

Autor: elev Mihai Neacșu
Colegiul Național "I.L.Caragiale", Ploiești

Vom nota $Md[i, j]$ = media aritmetică a subsecvenței ce începe pe poziția i și se termină pe poziția j .

Soluția 20 puncte

Se fixează capetele i, j ($i < j$) ale fiecărei subsecvențe. Se parcurg elementele fiecărei subsecvențe și se verifică dacă media elementelor din subsecvența este M , prin parcurgerea subsecvenței.

Complexitate $O(n^3)$

Soluția 50 puncte

Se fixează capetele i, j ($i < j$) ale fiecărei subsecvențe. Se verifică dacă $Md[i, j] = M$ folosind un vector de sume parțiale, precalculat la începutul programului.

Complexitate $O(n^2)$

Soluția 100 puncte

Vom nota: $S[i]$ = suma elementelor de la 1 la i (cu vectorul indexat de la 1).

Condiția pentru că $Md[i, j] = M$ este:

$$S[j] - S[i - 1] / (j - i + 1) = M \Leftrightarrow S[j] - S[i - 1] = M * (j - i + 1) \Leftrightarrow S[j] - S[i - 1] = M * (j - (i - 1)) \Leftrightarrow S[j] - S[i - 1] = M * j - M * (i - 1) \Leftrightarrow S[j] - M * j = S[i - 1] - M * (i - 1)$$

Vom nota: $Q[i] = S[i] - M * i$;

(*) Condiția că $Md[i, j] = M$ este echivalentă cu $Q[j] = Q[i - 1]$;

Rămâne de aflat numărul de perechi (i, j) pentru care $Q[j] = Q[i - 1]$ ($i < j$).

Sortăm vectorul $Q[]$ crescător și pentru fiecare subsecvența maximală de elemente egale adăugăm la răspuns $L * (L - 1) / 2$, unde L este lungimea subsecvenței.

De notat că, din observația (*), condiția este $Q[j] = Q[i - 1]$. Astfel, pentru subsecvențele care încep de pe $i = 1$ și se termină în k , vă trebui să verificăm $Q[k] = Q[0]$, unde $Q[0] = 0$.

Complexitate $O(n \log(n))$

PROBLEMA 4 EXPERIMENT

Autor: prof. Violeta Grecea
Colegiul Național de Informatică "Matei Basarab", Râmnicu Vâlcea

Pentru rezolvarea problemei sunt utilizate tipuri simple de date (întreg) dar și tipul vector.

Pentru rezolvarea cerinței 1, se calculează suma $1+2+4+8+16+\dots+2^{k/3}$, adică $2^{k/3+1}-1$.

Pentru rezolvarea cerinței 2, se calculează pentru fiecare cameră (pentru fiecare element din vector) numărul de roboți defecți ca fiind egal cu $a[i] \% t$, unde $t=2^{k/3+1}-1$.

Secțiunea 9-10 începători

În vector păstrăm doar numărul de roboți defecti și apoi căutăm secvența de lungime y cu suma minimă. Pentru 100 puncte se alege varianta sumelor parțiale.

Pentru rezolvare, se folosesc algoritmi pentru calculul rapid al puterilor, dar și lucrul cu vectori.