clasa a VI-a

DESCRIERE SOLUȚII

PROBLEMA 1 MUNTE

Autor: Prof. Pascu Olivia
Colegiul Național "Nichita Stănescu", Ploiești

Se citesc primele trei caractere * din fișier. În continuare se citesc toate caracterele corespunzătoare unui triplet de numere, adică trei numere, urmate de caractere *. Se construiește în x numărul format dintr-un triplet de numere. Se testează dacă x este număr munte (are cifre în ordine strict crescătoare până la maxim și strict descrescătoare după acesta.

Pentru cerința 1, se numără numerele de tip munte.

Pentru cerința 2, se memorează cifrele numărului x de tip munte într-un vector v și se testează dacă vectorul este simetric. În caz afirmativ se incrementează a[x], unde a este vector de frecvență pentru numere de maxim 5 cifre. Se memorează în mx valoarea maximă x de tip palindrom munte din fișier. Se parcurg pozițiile de la mx la 100 din vectorul a, se afișează primele p numere palindrom munte sau câte există.

Pentru cerința 3, se memorează în vectorul de frecvență a, numărul de apariții ale fiecărui număr munte de exact 3 cifre. Se afișează fiecare număr de câte ori apare.

PROBLEMA 2 SPIRALEND

Autor: eleva Maria IONESCU
Colegiul Național "Mihai Viteazul", Ploiești

În desenul problemei există un mic indiciu. Deşi am spus că începutul spiralei este în coordonatele (1,1), calculele următoare pe care le vom face vor fi mult mai uşoare dacă se consideră (1,0) locul de început al spiralei. Din acest motiv, spirala din desen începe de la acea poziție.

Pentru 30p - complexitate O(n*l*c)

Se citesc cele n perechi de dimensiuni l și c. Pentru fiecare pereche vom avea niște indici i și j care vor servi drept coordonatele la care suntem în prezent în spirală (nu este nevoie să se declare o matrice din moment ce numai coordonatele contează). Aceşti indici îi vom creşte şi scade în funcție de unde ne aflăm în parcurgerea spiralei. Mergem, element cu element, în dreapta, apoi în jos, pe urmă în stânga, apoi în sus. Vom ține minte o variabilă nr care numără în câte poziții am fost. În momentul în care nr=l*c, adică numărul de elemente din dreptunghi, ne vom opri și afișa coordonatele la care am rămas.

Pentru 70p - complexitate O(n*min(l,c))

Ideea este asemănătoare cu cea de la descrierea precedentă, însă în loc să parcurgem spirala **element cu element**, o vom parcurge **linie cu linie**. Observăm faptul că, numărul de elemente pe care îl parcurgem pe o linie/coloană va fi cu 1 mai mic decât era înainte. De exemplu, avem o spirală de l linii și c coloane. Pornind cu indicii x=1 și y=0, mergem c poziții de coloană în dreapta, y=0+c-1=c. Mergem numai l-1 poziții de linie în jos, x=1+l-1=l. Mergem, apoi, doar c-1 poziții de coloană în stânga, y=c-c+1=1. La final, mergem numai l-2 poziții de linie în sus, x=l-l-2=2.

Repetăm acești pași până când numărul de linie/coloană care trebuie adunat/scăzut la indici devine 0. Afișăm acei indici x și y.

Pentru 100p – complexitate O(n)
Folosind aceeași observație din descrierea precedentă, observăm că la fiecare două linii și două coloane parcurse, indicii x și y cresc cu 1 față de cât erau înainte. Avem însă o problemă pentru cazurile în care spirala nu permite realizare unui ciclu complet de câte 2 linii și 2 coloane.
(Atenție când citiți următoarele paragrafe! Când spunem că parcurgem o coloană, ne referim la faptul că indicele de coloană este cel care se modifică, nu la faptul că mergem de-a lungul coloanei. La fel se întâmplă și la linie.)
Vom avea o variabilă a care reprezintă minimul dintre c și l-1, adică de câte ori vom parcurge linii. În b vom ține minte de câte ori parcurgem coloane. Avem 2 cazuri în determinarea lui b. În primul caz, când c>l-1, înseamnă că ultimul lucru parcurs în spirală este o coloană, ceea ce sparge ciclul coloană-linie, deci b=a+1. În al doilea caz, ciclul coloană-linie nu este întrerupt, deci b=a.
La indicele x adunăm a/2 și la y adunăm b/2 (ne aducem aminte de observația cu ciclul complet de 2 linii și 2 coloane). Dacă a este impar, adunăm la x acel indice de linie rămas după parcurgerea celor a linii, adică l-1-a+1=l-a. La fel se întâmplă și la b, unde în cazul în care este impar, adunăm la y c-b+1. (numărul de linii/coloane de la care numărăm-numărul de linii/coloane parcurse +1). Afișăm acei indici x și y.

PROBLEMA 3 SECRETCH

Autor: eleva Daria Popescu
Colegiul Național "Mihai Viteazul", Ploiești

Solutie de 60 puncte :
Se calculează numărul de divizori ai lui X prin descompunere in factori primi. Se face un ciur iar apoi pentru fiecare număr de la 1 la N se caută in cel de-al doilea sir numărul cel mai apropiat de el. Se parcurge primul sir schimbat pentru a se calcula lungimea maxima a secvenței de numere prime iar acest maxim se compara cu maximele corespunzătoare fiecărui număr din sir, care se păstrează si se afișează.
Complexitate : O(N*M)

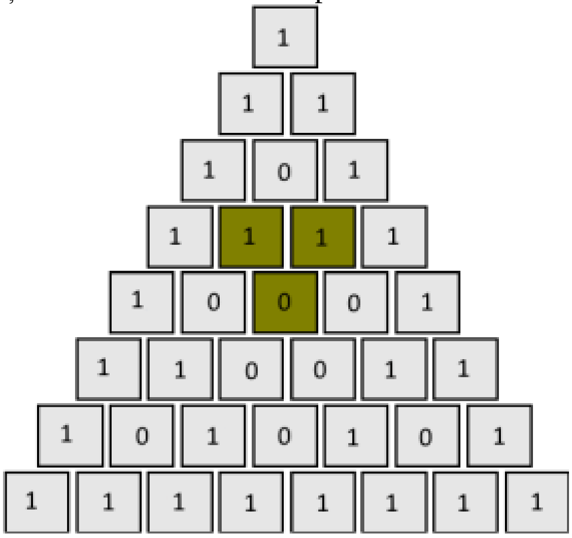
Soluția de 100 puncte :
Pentru a obține punctajul integral, vom afla pentru fiecare număr din primul sir care este cel mai apropiat de el din al doilea sir cu ajutorul căutării binare (se sortează la început cel de-al doilea sir). Astfel, pentru fiecare număr de la 1 la N vom caută binar care este cel mai mare număr mai mic decât el din al doilea sir si vom retine diferența lor într-o variabilă : d1 , apoi vom calcula tot cu căutare binara care este cel mai mic număr mai mare decât el din al doilea sir si vom retine diferența lor într-o alta variabila : d2. Comparam cele doua diferențe si o luam pe cea mai mica, adică reținem in vector numărul corespunzător din cel de-al doilea sir.
Având acest vector calculat, vom parcurge de la 1 la N primul sir si vom verifica secvența de lungime maxima de numere prime înlocuind numărul de pe poziția actuala cu cel de pe aceeași poziție din vector.
Complexitate : O(N*N)

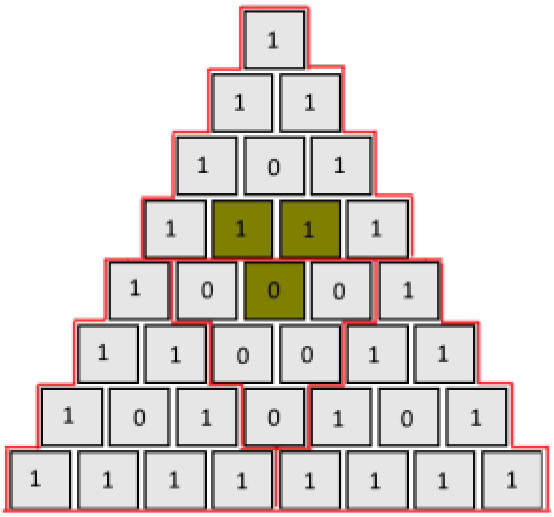
PROBLEMA 4 PP

Autor: elev Călin Andrei VASILE
Colegiul Național "Mihai Viteazul", Ploiești

Cerința 1

Înlocuind elementele din Triunghiul lui Pascal cu resturile lor la împărțirea cu 2, se observa o relație utila de recurenta ce poate fi folosita la rezolvarea cerinței.





In imaginea din stânga este prezentat Triunghiul lui Pascal modulo 2, iar in stânga se evidențiază cu roșu 4 segmente triunghiulare de aproape aceleași mărimi, cel central fiind un pic mai mic.

Se observa cum triunghiurile plasate in colturile figurii sunt identice, evident având la fel de multe numere pare (in acest caz un singur număr par, reprezentat prin 0). Întreaga figura are $8 = 2^3$ rânduri, iar triunghiul central, format numai din numere pare are "latura" cu lungimea de $3 = 2^{3-1} - 1$ elemente.

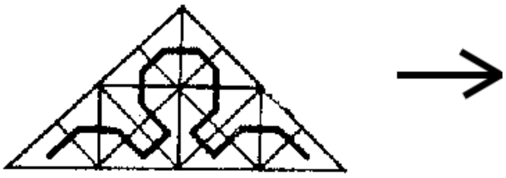
Astfel, daca notam cu nr_N numărul de numere pare din Triunghiul lui Pascal pana la rândul 2^N se găsește relația de recurenta $nr_N = 3nr_{N-1} + m$, unde m este numărul de numere pare in triunghiul central. Acesta are in total $m = 1 + 2 + 3 + \cdots + (2^{N-1} - 1) = \frac{2^{N-1}(2^{N-1}-1)}{2}$. Se simplifica fracția si se obține $m = 2^{N-2}(2^{N-1} - 1)$.

Deci $nr_N = 3nr_{N-1} + 2^{N-2}(2^{N-1} - 1)$ unde $nr_2 = 1$.

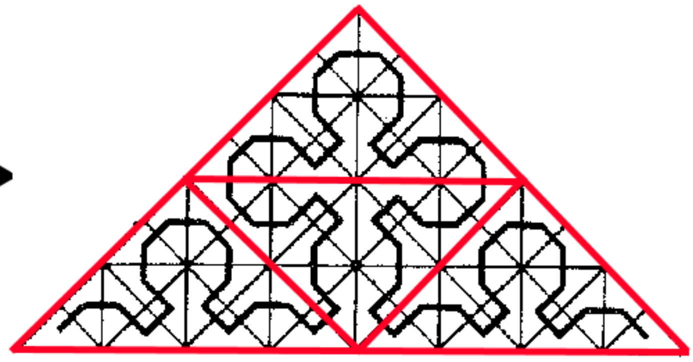
Faptul ca "latura" triunghiului central este $2^{N-1} - 1$, nu N sau alta formula asemănătoare se observa cel mai ușor prin verificarea formulei. Matematic, aceasta relație se poate deduce din ideea ca "lungimea" liniei 2^{N-1} este exact 2^{N-1}. Astfel, următoarea linie are $2^{N-1} + 1$ elemente, dar "latura" triunghiului este egala cu lungimea liniei minus 2, obtinandu-se formula de mai sus.

Cerința 2

Asemenea cerinței 1, configurația determinata de iterația $N + 2$ poate fi împărțită in 4 configurații identice cu cea determinat de iterația N, precum in imaginea de mai jos.



4



6

Notând cu nr_N numărul de “cercuri” obținute la iterația N, se deduce relația $nr_N = 4nr_{N-2} + m$. Motivul pentru care adăugam m este ca mai apar niște cercuri față de cele de la iteratia anterioara pentru ca se “combina” semicercurile de la bazele triunghiurilor de sus si din centru.

O metoda de a combate problema semicercurilor este de a considera doua semicercuri drept un singur cerc chiar daca sunt separare. Astfel, figura 4 are 2 cercuri, iar figura 6 are $4 * 2 = 8$ cercuri. Astfel, relatia initiala devine $nr_n = 4 * 4 * 4 * \ldots * 4 * 2 = 4^{\frac{N}{2}-2} * 2$. Astfel, obtinem $nr_N = 2^{N-4} * 2 = 2^{N-3}$

Desigur, acesta nu este raspunsul corect. Motivul este ca semicercurile de la baza triunghiului din figura 6 nu formează cercuri adevărate ca cele de la centru. Așadar, trebuie sa scădem surplusul obținut. In figura 4 sunt 2 cercuri la baza, iar in figura 6 sunt $2 * 2$ deci in figura N sunt $2^{\frac{N}{2}-1}$ semicercuri. Însă, noi vrem numărul de cercuri, nu de semicercuri așa ca împărțim la 2, obținând formula $2^{\frac{N}{2}-2}$. Scăzând aceasta valoare din cea inițială, răspunsul final este $nr_N = 2^{N-3} - 2^{\frac{N}{2}-2}$.