DESCRIERE SOLUŢII

PROBLEMA 1 ALUNE

Autor: prof. Iulia Lincan
Colegiul Național "Mihai Viteazul", Ploieşti

Deplasarea veveriţei este simetrică faţă de centrul matricei. Altfel spus, centrul matricei este întotdeauna vizitată exact la mijlocul drumului, adică la pasul **(n*n + 1)/2**, iar a doua jumătate a drumului este obținută luând prima jumătate, inversând sensul de parcurgere și rotindu-l cu 180 de grade față de centrul matricei (de exemplu, la ultimul pas se ajunge în mijlocul primei linii). De aici rezultă că, pentru orice pereche de pătrățele, simetrice față de centru, suma valorilor lor este **n*n+1**. Aplicând observația anterioara asupra elementelor de pe diagonala secundară și grupându-le două câte două, rezultă că suma paşilor în care veveriţa ajunge în elementele de pe această diagonală este egală cu **n*(n*n+1)/2**. Exemplu: dacă $n = 5$, suma va fi 5*13 = 65. Atunci, produsul numărului de alune ascunse în copacii de pe diagonala principală este $\mathbf{k}^{(x*x*(4x-6)+4x-1)}$, unde x=(n+1)/2
Utilizând calculul puterii în timp logaritmic şi inversul modular pentru împărţirea la 2 a exponentului (care foloseşte aceeaşi funcţie pentru calculul puterii) algoritmul are complexitatea O(log n).

PROBLEMA 2 SPIRLA

Autor: elev Cristian Dinu
Colegiul Național "Mihai Viteazul", Ploieşti

În primul rând, se observă că pentru fiecare aparat i (1<=i<=n) trebuiesc calculate combinări de Ai luate câte Bi. Acest număr se înmulțește cu (Xi)p. Acum, dintre acestea, se cere să se aleagă maxim k, optim, astfel încât produsul lor modulo M să fie maxim.

Soluție 10 puncte
Se va folosi metoda backtracking și se vor genera toate posibilitățile de a alege maxim k combinări. Combinările vor fi destul de mici încât să fie calculate trivial, după formulă.

Soluție 100 de puncte
Pentru a calcula optim numerele implicate, se va folosi invers modular pentru combinări, reținându-se un vector în care f[i] = i!, pentru a putea calcula orice combinare în complexitate log. Pentru Xip, cât și pentru invers modular(a ridicat la m-2, pentru inversul modular al lui a funcție de m) se va folosi ridicarea la putere în timp logaritmic.
Acum, pentru a combina optim numerele obținute, se va folosi raționamentul de la problema rucsacului. Vom ține o dinamică d[i], i – modulul curent, d[i] – numărul minim de numere înmulțite pentru a formă modulul respectiv. Pentru că în momentul în care la d[i] adăugăm un alt număr, modulul poate fi atât mai mic, cât și mai mare, trebuie ținuți 2 vectori, ambii identici inițial, d1, d2, inițializați cu un număr mai mare decât n. Se parcurge d1, făcându-se update din d1[i] în d2[i*număr_curent%M], dacă d1[i]<k. Apoi, după fiecare parcurgere a d1, d2 se copiază în d1, păstrându-i identici pentru fiecare pas. Răspunsul se va aflâ în d1[i], cu i maxim, cu proprietatea că d1[i] <=k.
Observația care face soluția de mai sus să sāra de la 65 de puncte la 100 este că dacă în vectorul de factoriale f, poziția depășește m, atunci toate numerele vor fi 0, ceea ce conduce la faptul că de ex: combinări de 14 luate câte 14 mod 11 va da 0. Trebuie astfel că atunci când se calculează vectorul,

f[i] să fie f[i-1] * q (in loc de f[i-1]*i), q = i / cmmdc(i,m). De asemenea, se va reține un vector cnt[i] care reține la ce putere apare m !, se folosi pentru fiecare combinare .

PROBLEMA 3 CONAC

Autor: elev Matei Banu
Colegiul Național "Mihai Viteazul", Ploieşti

Soluție 30 de puncte

Se observă că într-un pătrat de dimensiune n cu laturile paralele cu axele pot apărea n pătrate de dimensiune mai mare de n-1. Astfel se calculează pentru fiecare pereche de coordonate i,j numărul de poziții pe care poate fi pus patul, astfel încât e încadrat într-un pătrat cu colțul stânga-jos în i,j.

Soluție 100 puncte

Numărul de poziții pentru fiecare cameră este dat de formula:

m*n*n+n*(n-1)/2*(m*n-m-n)+n*(n-1)*(2*n-1)/6*(1-m-n)+n*n*(n-1)*(n-1)/4

- n,m dimensiunile camerei
- n<m

Trebuie aplicat modulo și efectuate împărțirile înainte pentru rezultatul corect.

PROBLEMA 4 NUMERIC

Autor: prof. Alice Georgescu
Colegiul Național "Mihai Viteazul", Ploieşti

Soluție 100 puncte

Se aplica proprietatile funcţiei logaritmice ştiind că numărul de cifre ale lui n este dat de formula 1+log10 n.