

PROBLEMA 1

Autor: Iulia Tamaș
graduated "Cum laude" Yale University

ARMATA REGELUI

O soluție eficientă se bazează pe eliminarea rapidă a configurațiilor necastigătoare. Numim `config_ss` configurația Strategului Șef. Pentru fiecare configurație dintre cele N :

- lungimea configurației trebuie să fie identică cu cea a `config_ss`
- numărul de trupe de fiecare fel trebuie să fie identic cu cel din `config_ss`
- arcașii trebuie să fie în exact aceleași poziții ca în `config_ss` (având în vedere că în general sunt mai puțini arcași ca restul trupelor, acest pas de eliminare este relativ rapid)

Dacă o configurație respectă condițiile de mai sus, se trece la pasul final de verificare a echivalenței. Se observă că pentru fiecare interval de trupe din $\{t_1, t_2\}$, unde t_1 și t_2 comută, încadrat de trupe care nu sunt în $\{t_1, t_2\}$ trebuie să aibă același număr de t_1 și t_2 ca și `config_ss`.

Pentru exemplul din enunț, toate configurațiile echivalente pot fi descrise ca 4 intervale: $[2f\ 1s]\ [1c\ 0m]\ [2a]\ [0c\ 1m]$. Am ignorat restul tipurilor de trupe care nu sunt în $\{f, s, a, c, m\}$ pentru că nu apar în `config_ss`. Astfel, mai întâi se realizează o descriere ca intervale a `config_ss` (acest pas se efectuează doar o dată la începutul programului). Apoi, se realizează o descriere ca intervale a configurației curente. Se verifică interval cu interval dacă avem o configurație echivalentă.

PROBLEMA 2

Autor: Iulia Tamaș
graduated "Cum laude" Yale University

BLITZCATAN

Numim un număr de forma $(n-1) \cdot n \cdot (n+1)$, 'număr piramidal.'

Formula pentru T este o sumă de maxim 4 numere piramidale pentru că în cele 2 ore încap maxim 4 jocuri de cel puțin 30 de minute. Formula pentru un număr piramidal poate fi rescrisă ca $n^3 - n$. Având în vedere că $T_i \leq 10^9$, există doar 1000 de numere piramidale $\leq T_i$, pentru oricare T_i . Deci sunt în jur de 10^6 numere $\leq 10^9$ care pot fi exprimate ca sumă de 2 numere piramidale. Se precalculează aceste numere. Pentru un număr N se verifică dacă poate fi exprimat ca sumă de 1 sau 2 numere piramidale. Dacă nu, folosind căutare binară pe numerele precalculate se decide dacă poate fi exprimat ca sumă de 3 sau 4 numere piramidale.

Timp de execuție

Precalculari: $10^3 + 10^6$

Calcul (gasim T ca și 1 număr): $\log_2(10^3) = 10$

Calcul (gasim ca și 2 numere) $\log_2(10^3) + \log_2(10^6) = 10 + 20 = 30$

Calcul (gasim ca și 3 numere)

$$\log_2(10^3) + \log_2(10^6) + 10^3 \cdot \log_2(10^6) = \text{aproximativ } 20000$$

Calcul (gasim ca și 4 numere)

$$\log_2(10^3) + \log_2(10^6) + 10^3 \cdot \log_2(10^6) + 10^6 \cdot \log_2(10^6) = \\ = \text{aproximativ } 2 \cdot 10^7 // \text{ ignoram primii 3 termeni}$$

PROBLEMA 3**Autor: elev Cristi Dospra
Colegiul Național “Grigore Moisil”, București****ARPSOHOOD****Soluție $O(K^N)$ – 20p**

Se generează toate configurațiile posibile și se numără doar cele care respectă condiția unei sesiuni reușite.

Soluție $O(N \cdot K^2)$ – 100p

Problema se rezolvă utilizând programare dinamică. Fie $D[N][K]$ = numărul de moduri de a trage N lovituri în K ținte și de a obține o sesiune de antrenament reușită.

Recurența este următoarea: $D[N][K] = K^N - \sum_{i=1, K-1} (\text{Comb}(K,i) * D[N][i])$

K^N = numărul total de configurații de tragere

$\text{Comb}(K,i)$ = numărul de moduri de a alege i ținte din cele K pentru a NU fi lovite

$D[N][i]$ = numărul de moduri de a obține o sesiune de antrenament reușită pe cele i ținte cu N trageri (soluții pe care le „pierdem”)

PROBLEMA 4**Autor: prof. Rodica Pinte
Colegiul Național “Grigore Moisil”, București****PACHETE**

Se calculează pentru orice două numere consecutive cmmdc.

Se alege din sirul valorilor calculate un subsir de termeni neconsecutivi de sumă maximă.

$\text{max_pachete}[i]$ = numărul maxim de pachete obținute din primele i produse

$\text{max_pachete}[1] = 0$

$\text{max_pachete}[2] = \text{cmmdc}(p[1], p[2])$

$\text{max_pachete}[i] = \max\{\text{max_pachete}[i-1], \text{max_pachete}[i-2] + \text{cmmdc}(p[i], p[i-1])\}$